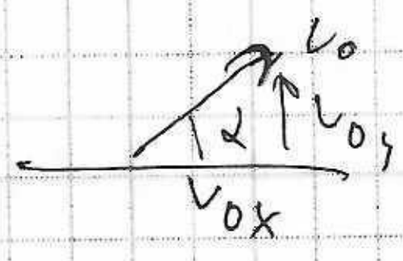
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 4



1) $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$ $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$

По усл. $v_{y\,кон} = 0$ $v_{x\,кон.} = v_0$

Пусть время $= t$, тогда

$v_{0y} - gt = 0 \Rightarrow v_0 \sin\alpha = gt$

$v_0 \cos\alpha + at = v_0$ $at = v_0(1 - \cos\alpha)$

найдем за всё время полёта $oy = h$, $ox = L$

2) $v_{0y} t - \frac{gt^2}{2} = h$ $v_{0x} t + \frac{at^2}{2} = L$ подставим at

$$\begin{cases} \frac{v_0 t}{2}(1+\cos\alpha) = L \\ t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad t^2 = \frac{2h}{g} \\ v_0 \sin\alpha = gt \end{cases}$$

подставим $v_{0y} = gt$

$v_{0x} t + \frac{v_0(1-\cos\alpha)t}{2} = L$

$\frac{gt^2}{2} = h \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

подставим в 1 v_0 из 3

$\frac{gt}{\sin\alpha} \cdot \frac{t}{2}(1+\cos\alpha) = L$ $\frac{gt^2(1+\cos\alpha)}{2\sin\alpha} = L$

$t^2 = \frac{2h}{g} \Rightarrow \frac{g \cdot 2h}{g} \cdot \frac{1+\cos\alpha}{2\sin\alpha} = L$ подставим числа

$10м \cdot \frac{1+\cos\alpha}{2\sin\alpha} = 10м$ $1+\cos\alpha = 2\sin\alpha$

$5\cos^2\alpha + 1 - \cos\alpha - 5 = 0$ $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ $\sin\alpha = \frac{4}{5}$

$v_0 \sin\alpha = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$ 3) $v_0 = 12{,}5 м/с$ $at = v_0(1 - \cos\alpha)$

$a = \frac{v_0(1-\cos\alpha)}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = 5 м/с^2$

Можно использовать оборот листа для записи решений

2) Определим в геоспутниковой системе отсчета на геоцентр. орбите а, создаваемое Землей грав. взаимод. = ц.у.с.

$\frac{M_{земли}\, G}{R^2} = \omega^2 R \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{MG}{R^3}}$

За сутки ОИК делает 1 оборот вокруг оси, 2 спутник, при этом делает 2 оборота, т.к. ω в с.о. спутн $= \omega_2 - \omega$, при этом сам период в 1 сутки совпадет с периодом спутника, то $\omega = \omega_2 - \omega$ $\omega_2 = 2\omega$

Из аналогичных соображений $\omega_2 = \sqrt{\frac{MG}{r^3}}$, где r - радиус орб. 2 спутника

$2\sqrt{\frac{MG}{R^3}} = \sqrt{\frac{MG}{r^3}}$ $\frac{4MG}{R^3} = \frac{MG}{r^3}$ $r^3 = \frac{R^3}{4} \Rightarrow r = R \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

Расстояние минимально, когда они друг над другом (на одной прямой от оси вращ.)

$R_{min} = R - r = R\left(1 - \sqrt[3]{\frac{1}{4}}\right) \approx 0{,}37\,R$

olymp.bmstu.ru

3) Для начала найдем а системы, когда она не разрушена, $F \geq 6ma \Rightarrow ma = \frac{F}{6}$

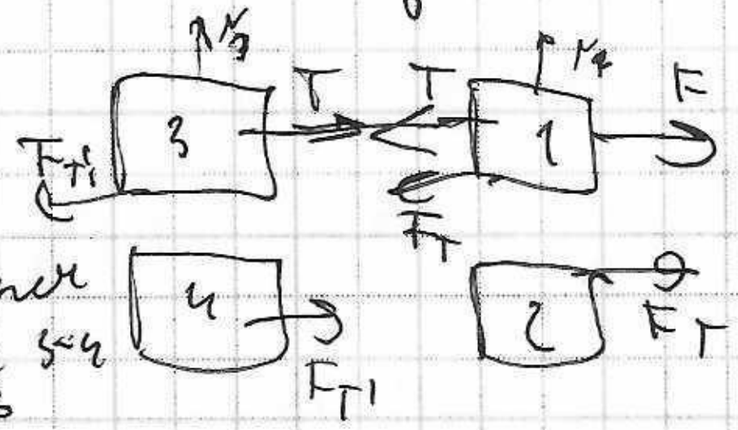
2 з. Н на 1 куб: $F - T - F_T = 2ma$

2 з Н на 2 куб: $F_T = ma$

2 з Н на 3 куб: $T - F_T' = ma$

2 з Н на 4 куб: $F_T' = 2ma$

F_T и F_T' - сила трения между 1-2 и 3-4 соотв



Возможны 3 варианта разрушения системы: порвется нить, 1 и 2 кубик проскользят или 3-и кубик проскользит

Усл. на разрыв нити: $T \geq 10$ Н - max $T = T_0$

Усл. на проск. 1 и 2: $F_T > 2mgM$ - max $F_{TP} = N_1 M$

Усл на проск. 3 и 4: $F_T' > mgM$ - max $F_{TP} = N_3 M$

из 1 и 2 ур. з.Н. найдем: $F - T - ma = 2ma$

$\Rightarrow F - T = 3ma = \frac{F}{2}$, т.к. $ma = \frac{F}{6}$, $\Rightarrow F = \frac{F}{2}$

Усл. на разрыв: $T \geq 10$ Н $\Rightarrow \frac{F}{2} \geq 10$ Н $\quad F \geq 20$ Н

$F_T = ma = \frac{F}{6} \Rightarrow$ усл. на 1 проск. $\frac{F}{6} > 2mgM$ $\quad F > 2 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 0{,}5 \cdot 6$

$F \geq 60$ Н

$F_T' = 2ma = \frac{F}{3} \Rightarrow$ усл. на 3 проск. $\frac{F}{3} > mgM$ $\quad F > 1 \cdot 10 \cdot 0{,}5 \cdot 3 =$

$= 15$ Н

Минимальное условие разрушения

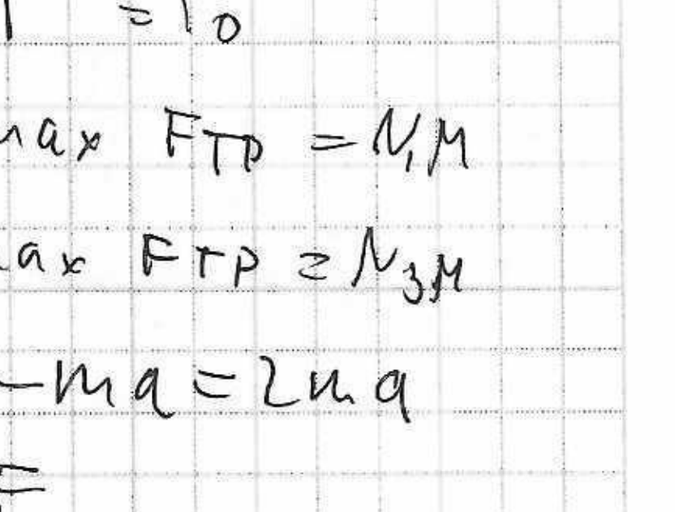
при $F > 15$ Н проскальзывание 3 куба на 4

Из графика видно, что в 12 с. $F = 15$ Н,

а в 18 с. $F \uparrow$ и становится > 15 Н $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ после 18 с. конструкция не-

не разрушится



4) Запишем ЗСЭ для моментов, когда только начали добавлять тепло, и в конце, и запишем Q в тех моменты, когда

$E_{п\xi 0} + U_{газа0} + Q = E_{п\xi 1} + U_{газа1}$ ⇒ энергия в конце

энергия пружины в начале, энергия газа, тепло, отданное в начале, энергия пружины в конце

$Q = A + \Delta U$, $U_{газа0} + \Delta U = U_{газа1}$ ⇒

$E_{п\xi 0} + A = E_{п\xi 1}$, т.е. изменение потенциальной энергии пружины = работа газа.

$E_{п\xi} = \frac{kx^2}{2}$, где x – смещение пружины, тогда

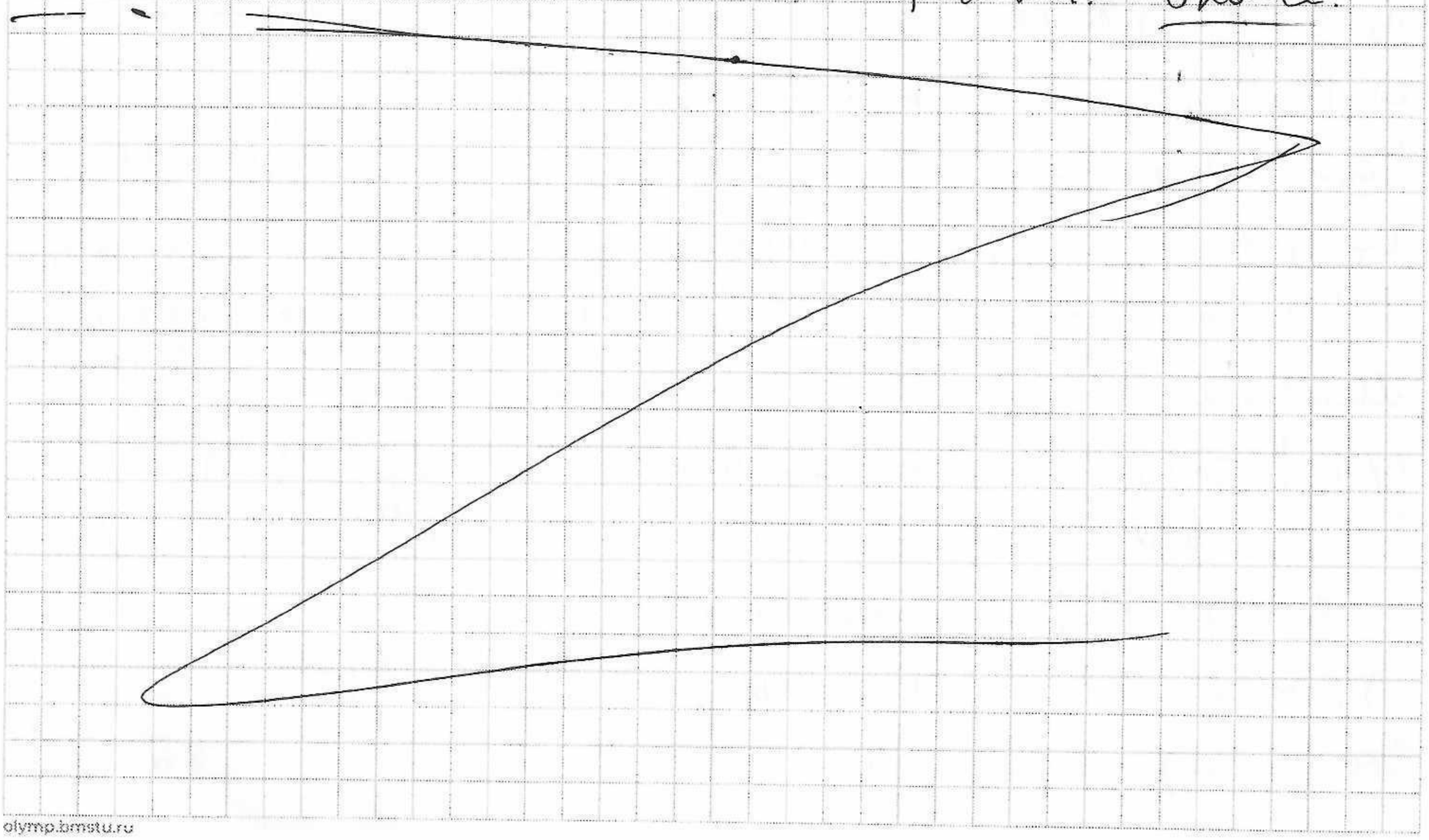
$A = \frac{k}{2}(x_1^2 - x_0^2)$ $x_1 = 10см$, $x_0 = 5см$ (по усл.)

$1{,}5 \cdot 10^3 Дж = \frac{k}{2}(0{,}1^2 - 0{,}05^2)$ ⇒ $k = 4 \cdot 10^3 \frac{Н}{м}$.

$U = \frac{i}{2}\nu RT = \frac{i}{2}pV$ $p = \frac{F}{S} = \frac{kx}{S}$ ⇒ $U = \frac{i}{2} k \frac{x}{S} Sx = \frac{i}{2} kx^2$

⇒ $\Delta U = \frac{i}{2} k(x_1^2 - x_0^2) = iA$ ⇒ $Q = A + iA = (i+1)A$

Ar – одноатомный ⇒ $i = 3$ ⇒ $Q = 4 \cdot 1{,}5 \cdot 10^3 Дж = 6 кДж$.



5) $pV = \nu RT$, по усл. T и ν воздуха не меняются) $p \sim \frac{1}{V}$. Определим p воздуха в начальный момент времени, обозначим жидкость с 2ρ как 2, с ρ как 1, 2 не создает давления $p_{воздуха} = \rho \cdot g \cdot h$ (рис. 1)

При смещении на l "длина палочки с воздухом"

$l \to 2l \Rightarrow V \to 2V \Rightarrow p \Rightarrow \frac{p}{2} = 2\rho g l$

В вертикальной трубке на 1 и $l2$, $\Rightarrow p_\Sigma = 4\rho g l + 2\rho g l = 6\rho g l$

Очевидно, что врач не влияет на давление воздуха, и на p_B вертик. трубке тоже, т.к. врач. дает только горизонтальную компоненту силы.

Перейдем в неисо, в ней вычислим силу инерции

$dF = h^2 x dx 2\rho S \Rightarrow F = \int_{2l}^{4l} 2\rho S w^2 x dx = \rho S w^2 x^2 \Big|_{2l}^{4l} = 12\rho S w^2 l^2$

Система должна оставаться в таком положении,

$\Rightarrow$) по 2з. Н $p_{газа} \cdot S + F_{инерции} = p_{верт.} \cdot S \Rightarrow$)

$\Rightarrow 2\rho g 4S + 12\rho S w^2 l^2 = 6\rho g l S \quad 12 w^2 l = 6g - 2g = 4g$

$3 w^2 l = g \quad w^2 = \frac{g}{3l} \Rightarrow w = \sqrt{\frac{g}{3l}}$

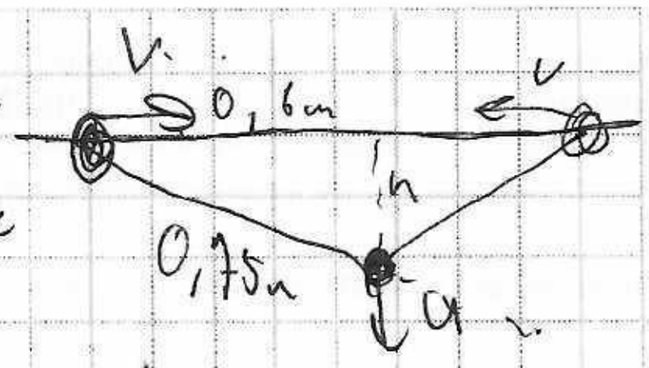
В общем виде 2з. Ньютона при смещении на x $\Rightarrow$)

$\Rightarrow \frac{2l^2 g}{l+x} + w^2 \frac{15l^2 - x^2 - 11lx}{l} = 2(2l+x)g$

$w = \sqrt{\frac{2g(2l+x - \frac{2l^2}{l+x})}{15l^2 - x^2 - 11lx}}$ подставив $l = x$ найти скорость

$w = \sqrt{\frac{g}{3l}}$

б) Возьмём $E_п = 0$ на уровне стола, тогда в исходной точке $E\Sigma = 0 = \frac{2mv^2}{2} + \frac{mu^2}{2} - mgh$



$h^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$ (по т. Пиф.) $\Rightarrow h = 0{,}45$м

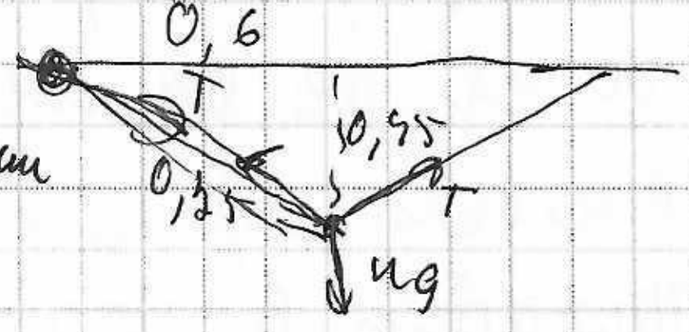
Найдем как относятся v и u из соображений того, что нить не провисает и не растягивается в процессе движения груза, $\Rightarrow$ проекции скоростей б на нить равны $v \cdot \frac{0{,}6}{0{,}75} = u \cdot \frac{0{,}45}{0{,}75} \Rightarrow v \cdot 0{,}6 = u \cdot 0{,}45$

$u = \frac{4}{5}v$ подставим это в ЗСЭ

$\frac{2mv^2}{2} + \frac{16}{9}\frac{mv^2}{2} = mgh \quad v^2 + \frac{8}{9}v^2 = gh \quad v^2 = \frac{gh9}{17}$

$v = \frac{9}{\sqrt{34}}$ м/с $\approx 1{,}5$ м/с $\quad u = \frac{6\sqrt{34}}{17}$ м/с $\approx 2{,}1$ м/с

Ускорения грузов обладают одинаковым соотношением аналогичным скоростям, как и скорости



$mg - 2T \cdot \frac{0{,}45}{0{,}75} = ma$ центрального

$T \cdot \frac{0{,}6}{0{,}45} = ma$ на спутнике $\quad (mg - 2T \cdot \frac{0{,}45}{0{,}75}) \cdot \frac{0{,}45}{0{,}45} = T \cdot \frac{0{,}6}{0{,}45} \cdot \frac{0{,}6}{0{,}45}$

$mg \cdot 0{,}45^2 - 2T \cdot 0{,}45^2 = T \cdot 0{,}6^2 \quad T \cdot \frac{0{,}6^2 + 2 \cdot 0{,}45^2}{0{,}45} = mg \cdot 0{,}45$

$T \cdot \frac{61}{50} = mg \cdot 0{,}45 \quad T = \frac{45}{134}mg \quad a$ на спутнике $= \frac{45}{134}\frac{mg \cdot 0{,}6}{0{,}45}$ м

$= \frac{180}{67}$ м/с$^2 \approx 2{,}7$ м/с$^2 \quad \left(mg - 2T \cdot \frac{3}{5}\right)\frac{3}{5} = T \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2$

$T = \frac{15}{34}mg \Rightarrow a_v = \frac{60}{17}$ м/с$^2 \approx 3{,}5$ м/с^2

$a_u = \frac{80}{17}$ м/с$^2 \approx 4{,}7$ м/с^2

$T = \frac{15}{34}$ Н $\approx 0{,}44$ Н

7) Осталась половина массы, т.е. $\frac{1}{2} \vartheta_{O_2}$

$4Al + 6O_2 = 2Al_2O_3 + 3O_2$

Определим кол-во O_2 в начале

$pV = \vartheta RT \Rightarrow \vartheta = \frac{pV}{RT} = \frac{95 \cdot 10^3 \cdot \omega^3}{8,31 \cdot 293} \approx 2 \cdot 10^{-2}$ моль

$M(Al_2O_3) = M(Al_2O_3) \cdot \vartheta(Al_2O_3)$ $\vartheta = \frac{1}{3} \vartheta(O_2)$ кол-во вещества

$m = (27 \cdot 2 + 16 \cdot 3) \cdot \frac{2}{3} \cdot 10^{-2} \approx 0,7$ г

